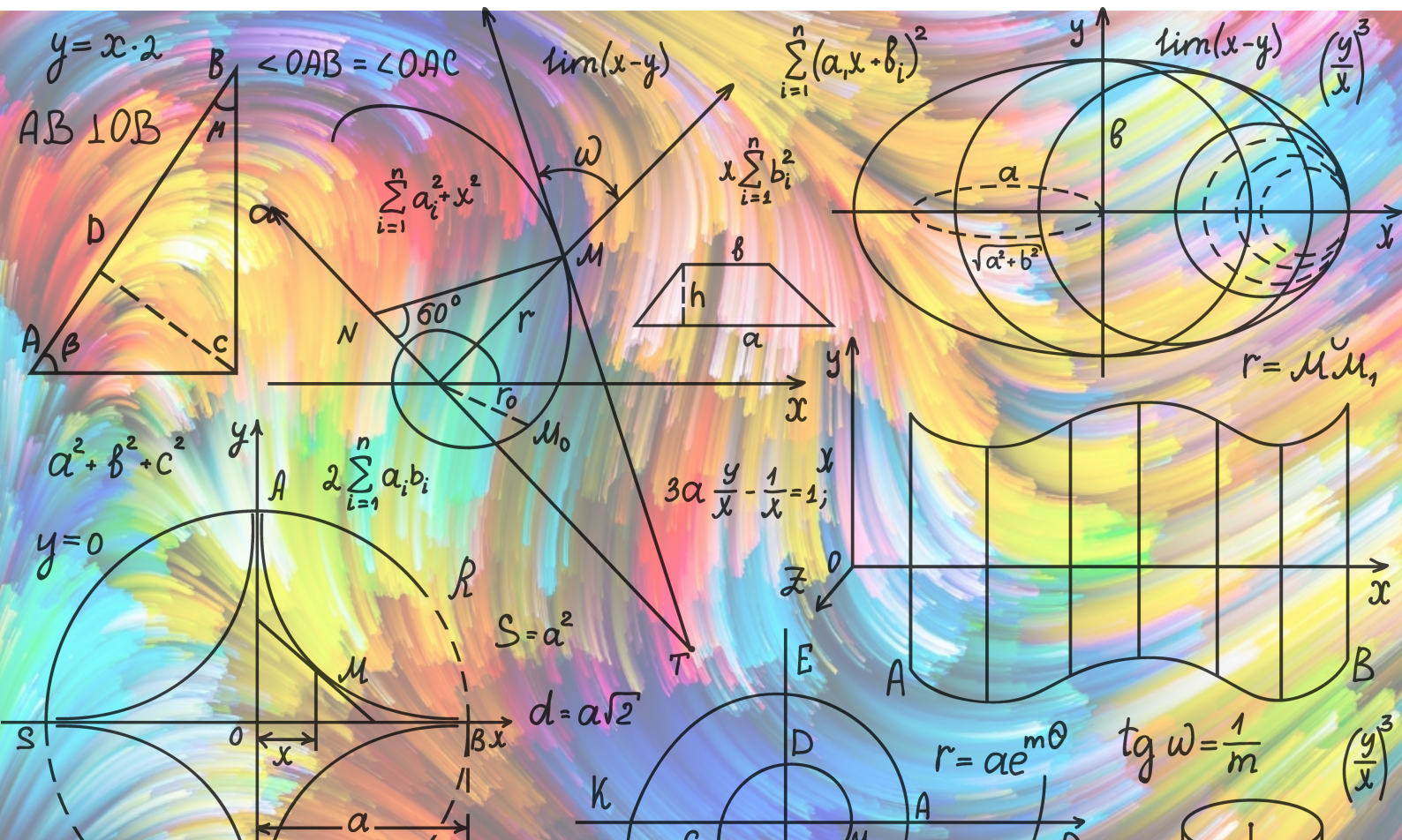


# A IDEIA FUNDAMENTAL DE VARIAÇÃO NO CONTEXTO DA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Atividades Orientadoras de Ensino de Matemática com a ideia de variação  
em objeto de conhecimento em atividades escolares investigativas

**VERSÃO  
ESTUDANTE**

João Victor de Menezes Domingos  
Orientador: Prof. Dr. Fabian Arley Posada Balvin



Esta sequência de atividades traz propostas de projetos de quantificação, estudos sobre a ideia de variação na compreensão de fenômenos naturais/sociais e análises variacionais de comportamentos hipotéticos da pandemia do COVID-19 pelo Modelo SIR.

# Sumário

Apresentação.....	2
Tarefa 1 - Investigação: variáveis, métodos, instrumentos e resultados.....	3
Reflexão sobre o vídeo: Números Mirabolantes.....	3
Email aos cientistas.....	4
Ficha para Relatório de Projeto: Primeira Versão.....	5
Ficha para Análise de Projeto.....	6
2º Encontro (2h/a).....	6
Ficha para Relatório de Projeto: Versão Final.....	7
Tarefa 2 - A Ideia Fundamental de Variação.....	8
3º Encontro (2h/a).....	8
Leitura e reflexão textual.....	9
Texto: O que é Variação?.....	9
Questões para reflexão do texto.....	10
Tarefa 3 - Análises variacionais da pandemia COVID-19 no Brasil pelo Modelo SIR....	11
4º Encontro (2/a).....	11
Email aos cientistas.....	11
Reflexão sobre o COVID-19.....	12
Reflexão sobre o Modelo SIR.....	13
Registros escritos do grupo.....	14
Simulação do modelo SIR.....	15
Registros escritos do grupo.....	16
Referências.....	17

# Apresentação

Prezado(a) estudante,

Este é um material instrutivo, versão do estudante, parte de um Produto Educacional que é resultado de uma pesquisa de Mestrado Profissional intitulada “A Ideia Fundamental de Variação no Contexto da Matemática do Ensino Médio” vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (PPGECNM/UFRN).

Propomos contribuir com a formação do Pensamento Variacional de vocês, estudantes do Ensino Médio, construindo ambientes de aprendizagem onde vocês desenvolvam, em tarefas investigativas de matemática, essa forma de pensamento matemático, pois esta forma de pensar oferece as bases, segundo os nossos estudos (CARAÇA, 1951), para a construção e desenvolvimento de conceitos matemáticos importantes na sua formação escolar.

Para atingir estes objetivos, elaboramos uma Atividade Orientadora de Ensino (AOE) que está dividida em três tarefas: A primeira foca em problemas de investigação, onde vocês são convidados a buscar métodos e instrumentos para realizarem atividades de contagem com objetivo principal de reconhecer tipos de variáveis (contínua, discreta) e selecionar métodos e instrumentos que possibilitam o estudo destas variáveis; a segunda tarefa traz o conceito de variação enquanto uma ideia fundamental da matemática, sendo a formação do Pensamento Variacional um caminho para a compreensão de fenômenos naturais/sociais; e, finalmente, a terceira tarefa foca em análises variacionais do Modelo SIR de estudos epidemiológicos para compreensão, manipulação e análise da COVID-19 no Brasil, onde é proposto a vocês que, ao simularem os resultados do modelo matemático, reconheçam seu comportamento variacional e produzam argumentos que possam explicar o comportamento de grupos populacionais em situação de pandemia, analisando dados de magnitude discreta e contínua, buscando descrever que informações vocês conseguem extrair das diferentes formas de representação dos dados do fenômeno.

Para estas tarefas foi desenvolvida uma sequência de ações e operações, sendo construídas duas versões: (1) Versão do Professor, onde constam as principais orientações pedagógicas e metodológicas para o Produto Educacional; e (2) Versão do Estudante, que é esta versão, com o conjunto de ações e operações necessárias para a resolução das atividades. Para responder a este material instrutivo é indispensável que vocês sigam as orientações do(a) professor(a).

No total, as três tarefas estão divididas em 4 (quatro) encontros de 2 (duas) horas aula cada, sendo 2 (dois) referentes à primeira situação, 1 referente à segunda e 1 à terceira. Desejamos que este Produto Educacional seja bastante proveitoso para vocês e que contribua com a compreensão de conceitos matemáticos que serão úteis para sua atuação no mundo em diferentes esferas.



Tenha um excelente trabalho!

João Victor de Menezes Domingos

# Tarefa 1 – Investigação: variáveis, métodos, instrumentos e resultados

(Versão do(a) Estudante)

## 1º Encontro (2 h/a)

Assista ao vídeo que será apresentado no início da aula, e ao assistir, responda às questões que seguem:

**Reflexão sobre o vídeo:** Números Mirabolantes

**Questão 1:** Quais são as variáveis relevantes em cada uma das quantificações realizadas no vídeo?

---

---

---

---

---

---

---

---

**Questão 2:** Que métodos foram utilizados na medição de cada uma das quantidades calculadas no vídeo? Descreva resumidamente cada método.

---

---

---

---

---

---

---

---

**Questão 3:** Porque foram utilizados métodos diferentes? O que difere um método do outro?

---

---

---

---

---

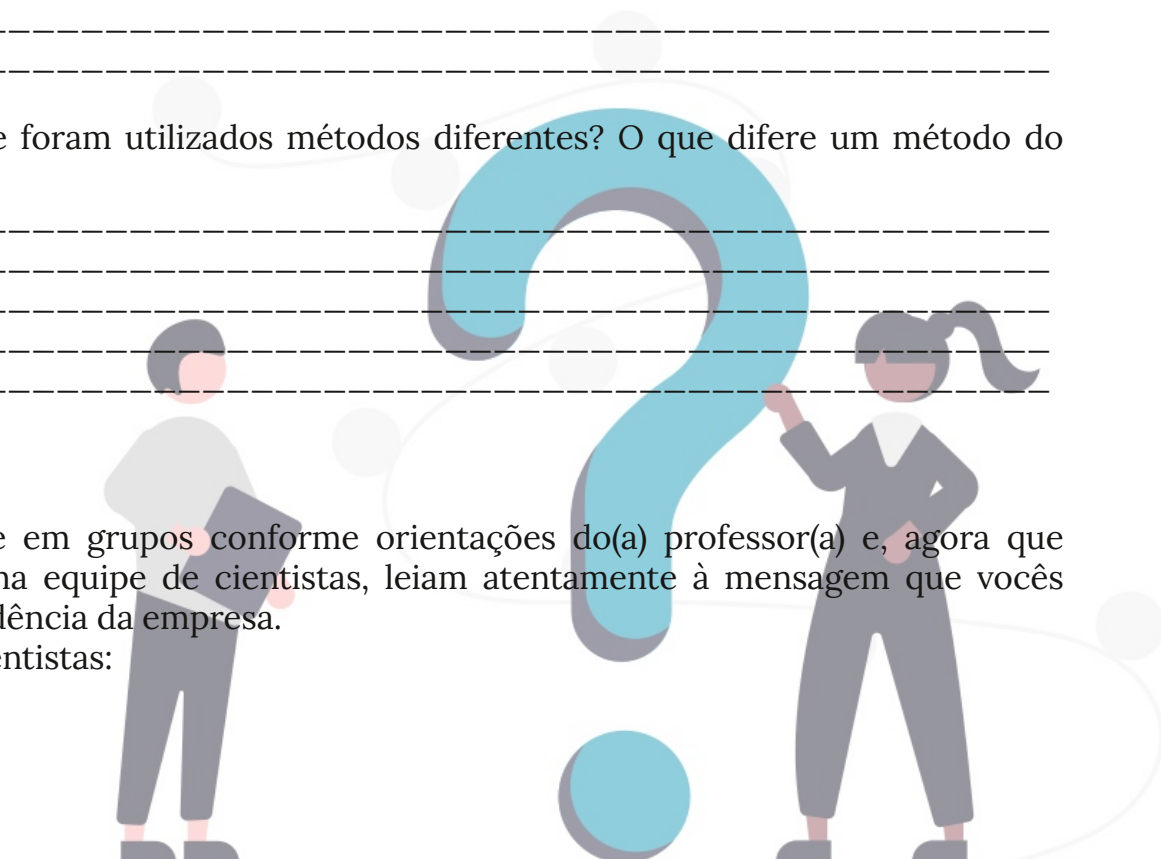
---

---

---

Organizem-se em grupos conforme orientações do(a) professor(a) e, agora que vocês compõem uma equipe de cientistas, leiam atentamente à mensagem que vocês receberam da presidência da empresa.

E-mail aos cientistas:



Olá cientistas,

Solicitamos que realizem a estimativa mais próxima para os valores que necessitamos, conforme listados abaixo, apresentando os métodos escolhidos para estas medições, porquê da escolha destes métodos e a solução aproximada encontrada.

Teremos no futuro breve outros trabalhos parecidos, e desejamos que a nossa equipe experimente diferentes métodos para solução dos problemas e escolham os métodos mais viáveis a partir de cada situação que apresentarmos.

Estimativa 1: Quantas mensagens são trocadas pelo whatsapp durante um dia, incluindo mensagem de texto, vídeo, foto, áudio, emoticons, figurinhas e GIFs?

Estimativa 2: Quantos minutos de vídeo são carregados no Instagram durante um dia, incluindo stories, feeds, feels e IGTVs?

Estimativa 3: Qual o peso de uma nuvem no céu?

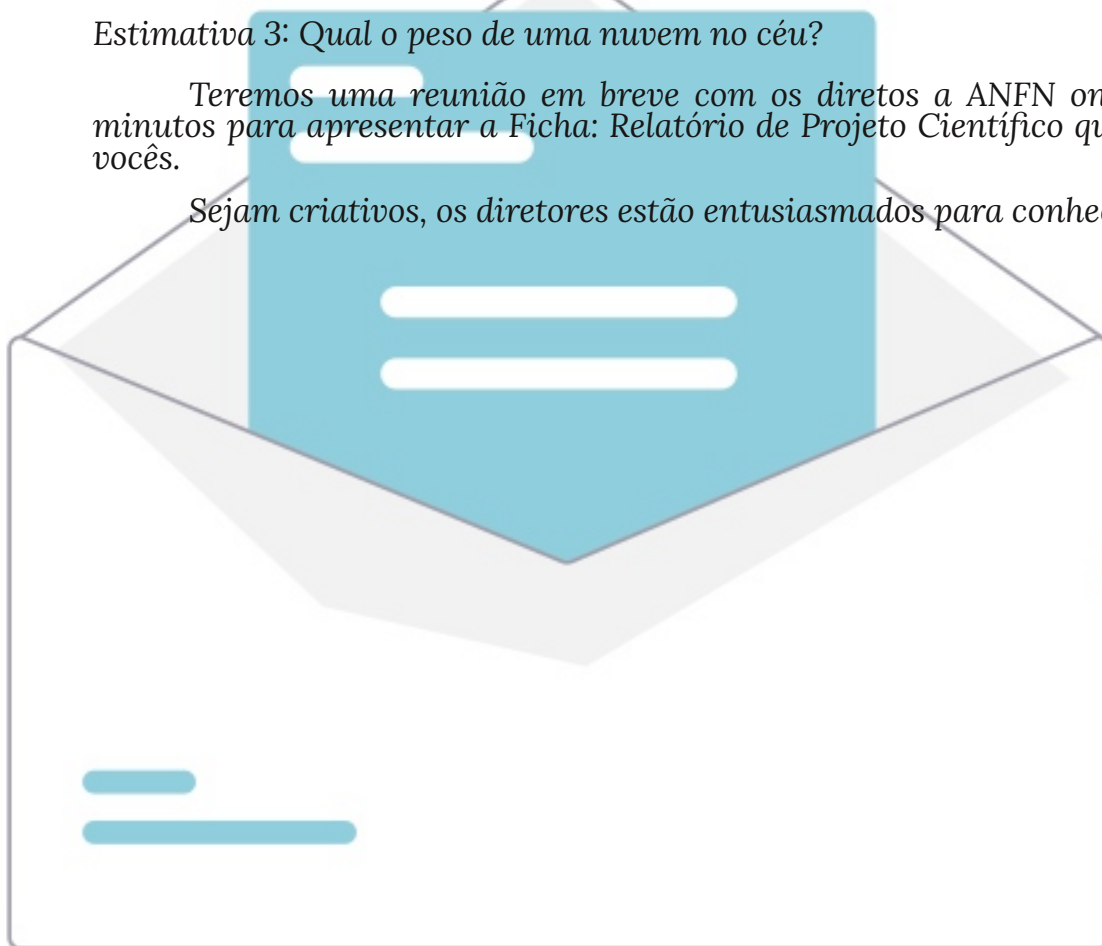
Teremos uma reunião em breve com os diretos a ANFN onde vocês terão entre 15 minutos para apresentar a Ficha: Relatório de Projeto Científico que vou encaminhar para vocês.

Sejam criativos, os diretores estão entusiasmados para conhecer o trabalho de vocês.

Até já.

Atenciosamente,

A Presidência.



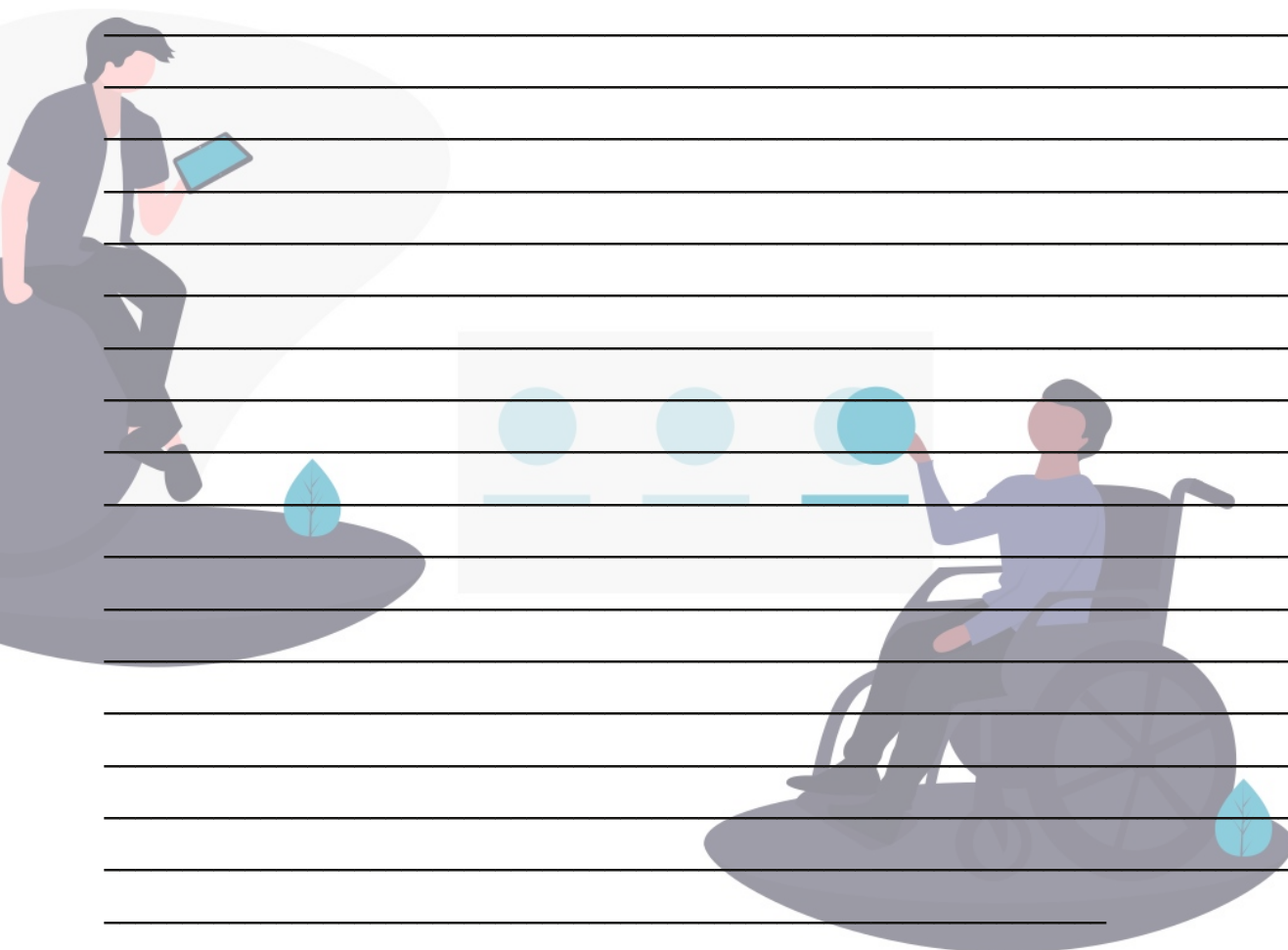
# Ficha para Relatório de Projeto

## Primeira Versão

Nome do Projeto

---

Descrição de métodos e instrumentos utilizados



Estimativa final

---

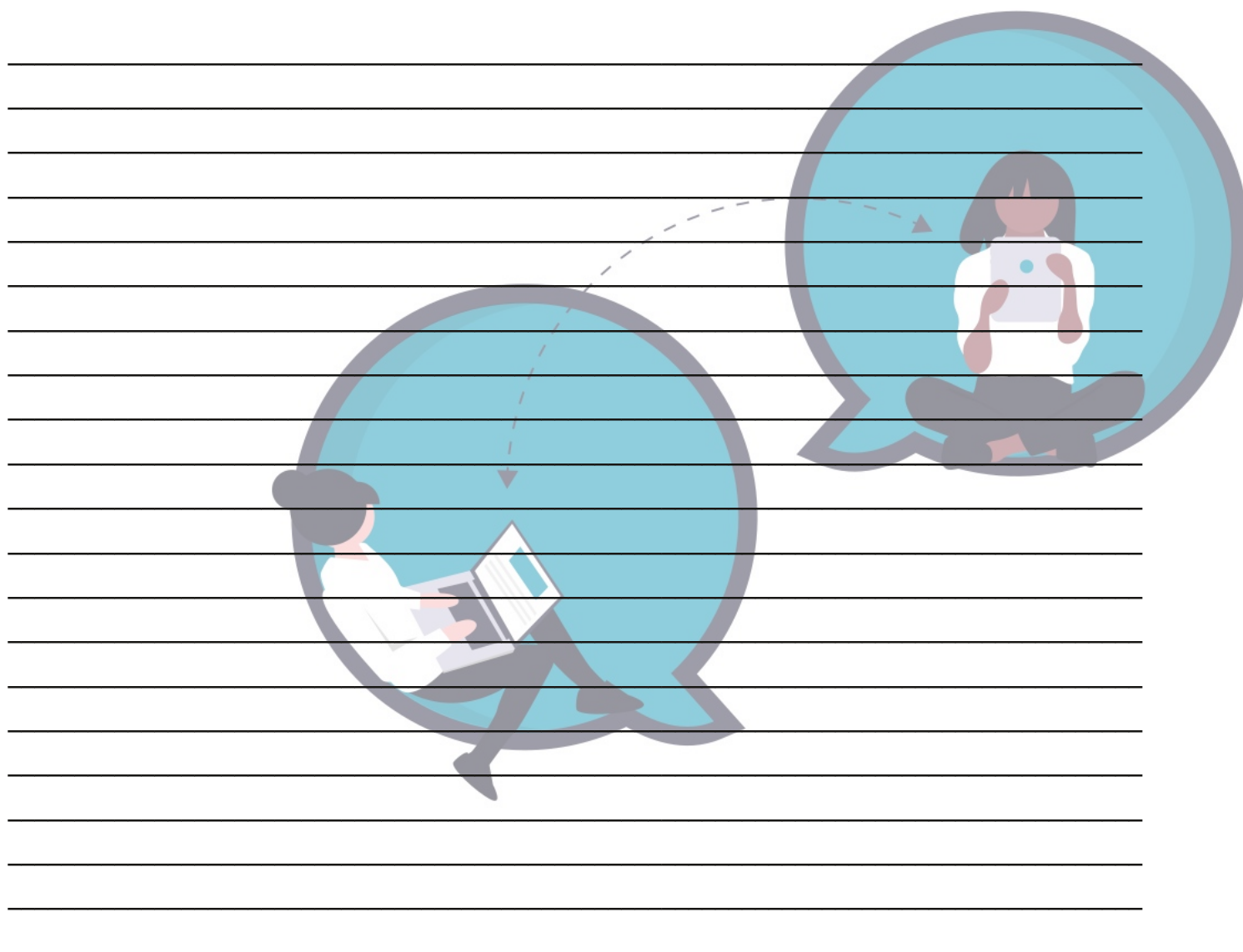
# Ficha para Análise de Projeto

2º Encontro (2 h/a)

Nome do Projeto Analisado:

\_\_\_\_\_

Considerações e contribuições aos métodos e instrumentos escolhidos pelo grupo analisado



# Ficha para Relatório de Projeto

## Versão Final

Nome do Projeto

---

Descrição de métodos e instrumentos utilizados



Estimativa final

---

## Tarefa 2 – A Ideia Fundamental de Variação

(Versão do(a) Estudante)

3º Encontro (2 h/a)

Com o seu celular ou um computador conectado a Internet acesse o link

**edupulses.io**

ou escaneie o código QR abaixo



## Leitura e reflexão textual

Leia atentamente o texto abaixo, e depois responda as questões de reflexão do texto em grupo, mas produza seu registro individual.

### O que é Variação?

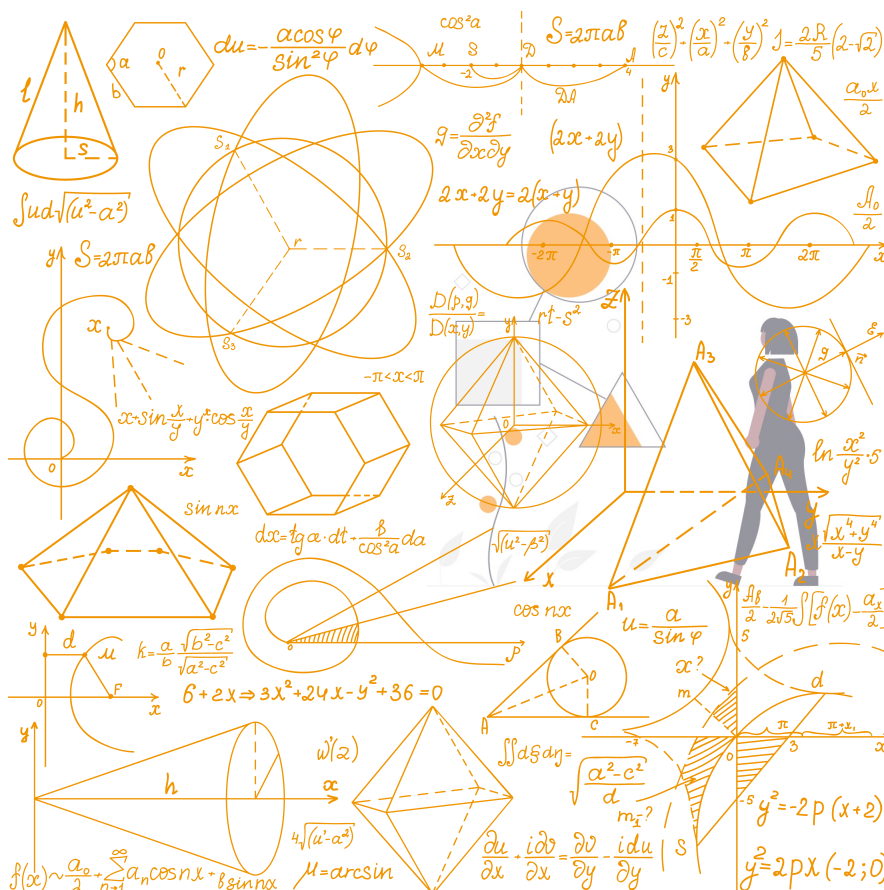
A variação é uma das ideias fundamentais da matemática. Os conceitos matemáticos que estudamos na escola são desenvolvidos pelos matemáticos a partir de suas ideias fundamentais. Você sabe por que a variação é uma ideia fundamental da matemática? Segundo Caraça (1984), as coisas do mundo apresentam duas características essenciais: interdependência e fluência.

A primeira diz que todas as coisas estão relacionadas umas com as outras. O mundo e tudo o que nele existe é um organismo vivo com intensa comunicação e participação constante da vida uns dos outros. A segunda quer dizer que o mundo está em permanente mudança; todas as coisas, a todo o momento, se transformam; tudo flui, tudo devém. Assim, tudo se relaciona; tudo muda o tempo todo. Morte e vida estão unidas, formando um processo único de transformação e evolução.

Desta forma, conhecer a maneira como as coisas naturalmente se modificam pode ser o caminho usado pelo homem para melhor entender dado fenômeno natural/social afim de “dominá-lo”, estabelecendo as previsões necessárias para melhor organização do seu modo de viver.

“A morte do ar causa a vida do fogo e o ar vive a morte do fogo; a água vive a morte da terra e a morte da água favorece a vida da terra”. Desse modo, a morte não é o fim, a destruição total do ser, mas a fonte de uma nova vida, de um novo ciclo. Quando a morte atua, outra vida surge.

Texto adaptado do livro “Conceitos Fundamentais da Matemática” de Bento de Jesus Caraça. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1951.



## Questões para reflexão do texto

**Questão 1)** O que mais lhe chamou a atenção no texto?

---

---

---

---

---

---

---

---

**Questão 2)** Após a leitura do texto, você mudaria alguma coisa na resposta à dinâmica inicial? O seu conceito de variação continua o mesmo? Por quê?

---

---

---

---

---

---

---

---

**Questão 3)** Como a ideia de variação discutida no texto contribuiu para a atividade de quantificação realizada da tarefa 1 (mensagens de Whatsapp, vídeos postados no Instagram e peso de uma nuvem no céu)?

---

---

---

---

---

---

---

---

**Questão 4)** Para cada uma das quantificações realizadas da tarefa 1, escolha uma variável passível de análise variacional e explique porquê.

---

---

---

---

---

---

---

---

# Tarefa 3 – Análises variacionais da pandemia COVID-19 no Brasil pelo Modelo SIR

(Versão do(a) Estudante)

## 4º Encontro (2 h/a)

Organizem-se em grupos conforme orientações do(a) professor(a) e, agora que vocês compõem, novamente, a equipe de cientistas, leiam atentamente à mensagem que vocês receberam da presidência da empresa.

E-mail aos cientistas:

Recebemos a notícia abaixo sobre os casos de óbitos em decorrência da infecção da população brasileira em situação de pandemia do COVID-19.

Cientes de que outros aspectos podem ser observados e apresentarem maior clareza acerca do comportamento desta doença, solicitamos ao nosso grupo de cientistas que, discutam em grupo sobre outros aspectos relacionados ao comportamento desta pandemia, e apresentem um estudo acerca desta doença no Brasil.

Prezados cientistas,

Atenciosamente,  
A presidência.

Figura 2: Situação da pandemia do COVID-19 no Brasil, de dezembro de 2020



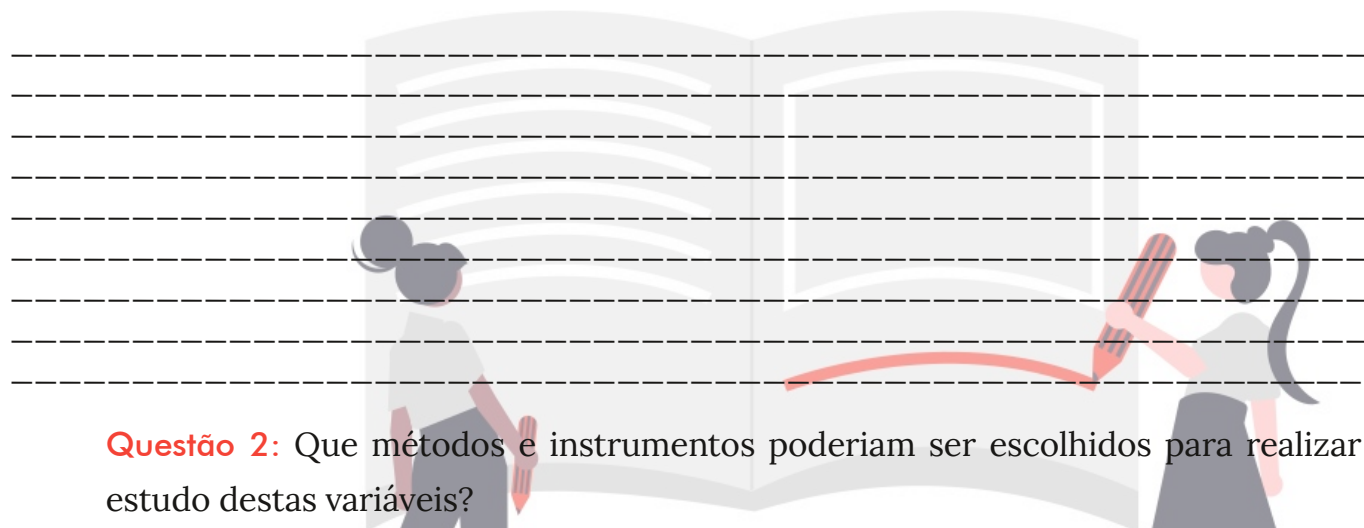
Fonte: G1 (2020).

Manchete de notícia do Portal G1. Disponível em <<https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/12/02/casos-e-mortes-por-coronavirus-no-brasil-em-2-de-dezembro-segundo-consorcio-de-veiculos-de-imprensa.ghtml>> acesso em 05/12/2020.

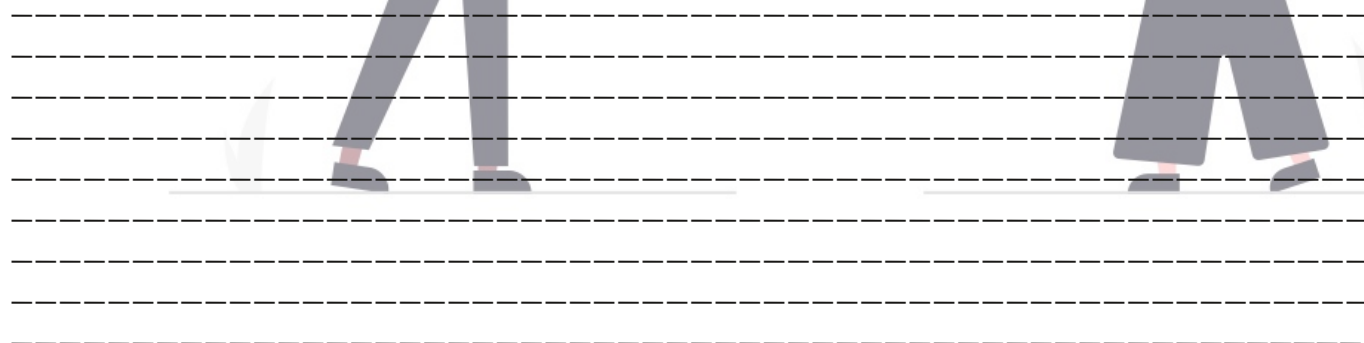
# Responda ao que se pede com as ideias do grupo

## Reflexão sobre COVID-19

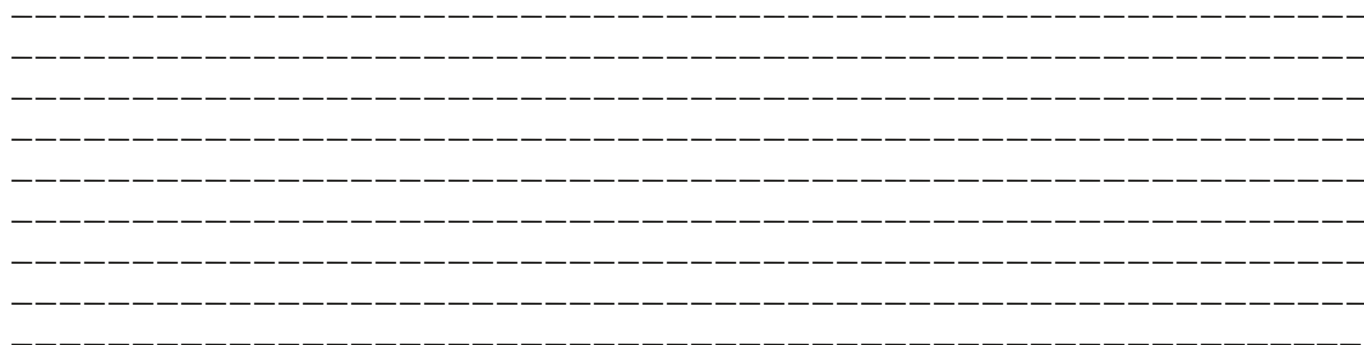
**Questão 1:** Que variáveis são relevantes para um estudo da pandemia do COVID-19?



**Questão 2:** Que métodos e instrumentos poderiam ser escolhidos para realizar o estudo destas variáveis?



**Questão 3:** A ideia de variação pode ser utilizada de que maneira para este tipo de estudo?



## Assista ao vídeo e responda ao que se pede

Leia as questões que os outros grupos vão responder, mas detenham-se às respostas destinadas a seu grupo que devem orientar o diálogo com os demais estudantes na sequência.

Obs.: Registre as respostas escritas do grupo em espaço próprio na próxima página

### Reflexão sobre o Modelo SIR

#### Grupo

#### Questões Norteadoras do debate

#### Grupo 1

**Questão 1)** Na opinião do grupo, o que significa a hipótese " $S_t + I_t + R_t = N$ " representando o número populacional constante?

**Questão 2)** Na opinião do grupo, o que significa a letra "t" subscrita aos estoques populacionais S, I e R do Modelo SIR?

#### Grupo 2

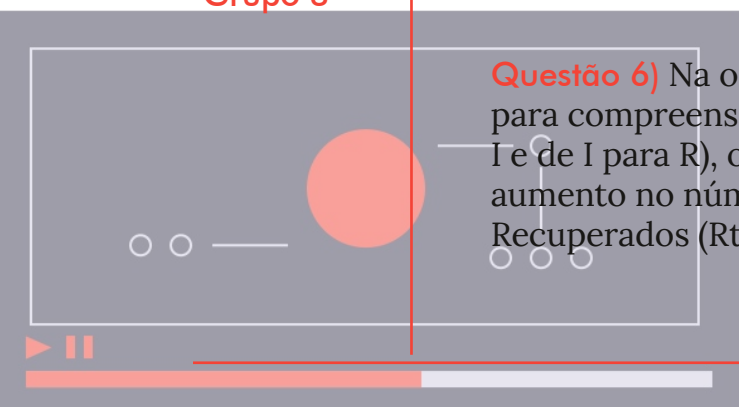
**Questão 3)** Na opinião do grupo, o que significa dizer que fluxo de S para I é proporcional a S e a I?

**Questão 4)** Na opinião do grupo, o que significa a taxa de cura, mencionada pelo interlocutor, e a proporcionalidade do fluxo de I para R?

#### Grupo 3

**Questão 5)** Das variáveis do Modelo SIR listadas no vídeo, qual (is) o grupo considera mais adequada(s) e menos adequada(s) para a pandemia do COVID-19? Porquê?

**Questão 6)** Na opinião do grupo, que fatores são determinantes para compreensão, manipulação e controle dos fluxos (de S para I e de I para R), ou seja, que fatores influenciam para que haja aumento no número de Infectados ( $I_t$ ) e do número de Recuperados ( $R_t$ )?



## Registros escritos do grupo

Grupo Respostas Norteadoras de Debate

Questão 1) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Grupo 1

Questão 2) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Questão 3) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

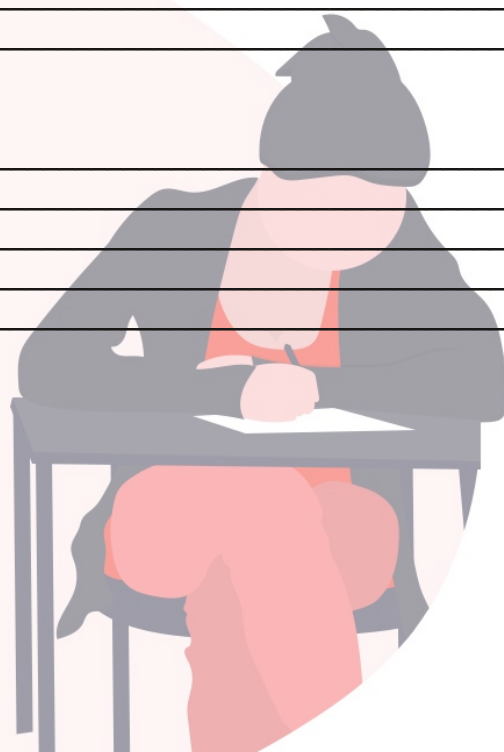
Grupo 2

Questão 4) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Questão 5) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Grupo 3

Questão 6) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



# Simulação do modelo SIR

Abra o arquivo em Excel disponibilizada pelo(a) professor(a) e faça o que se pede

Realize as tarefas destinadas a seu grupo com o simulador do Modelo SIR e analise os resultados da simulação conforme solicitado para nortear o diálogo com os demais estudantes na sequência

Obs.: Registre as respostas escritas do grupo em espaço próprio na próxima página.

## Grupo

## Manipulação de parâmetros epidemiológicos

### Grupo 1

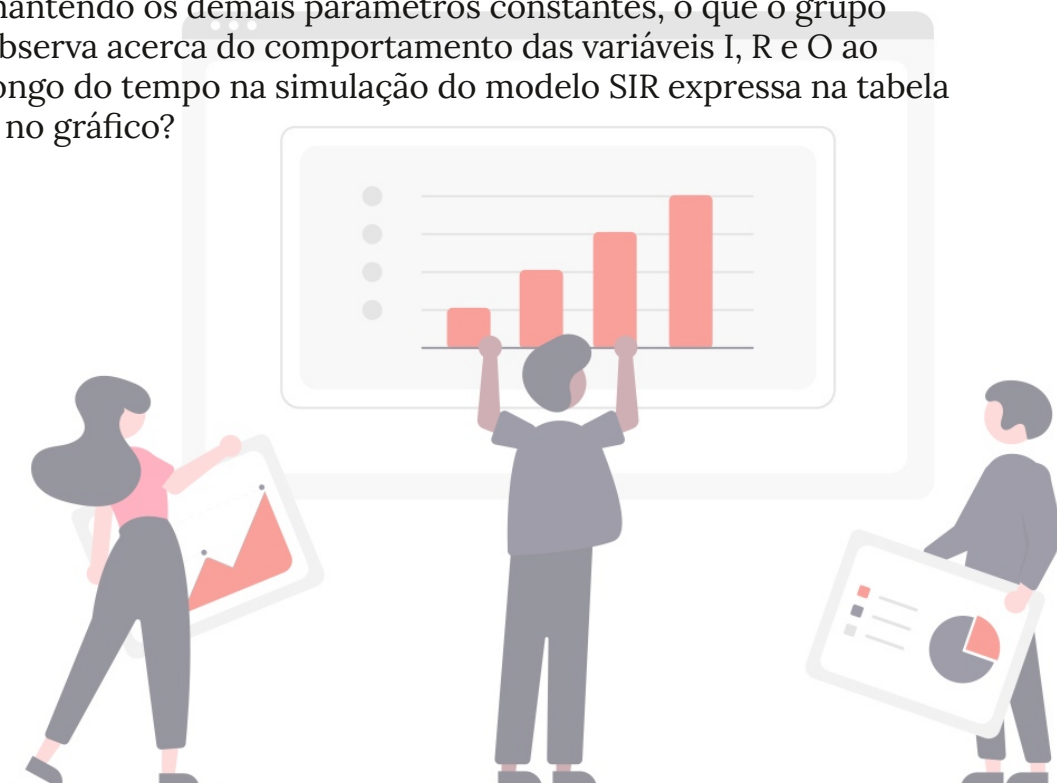
**Tarefa:** Realizando alterações no valor da **Taxa de Interação Diária** e mantendo os demais parâmetros constantes, o que o grupo observa acerca do comportamento das variáveis I, R e O ao longo do tempo na simulação do modelo SIR expressa na tabela e no gráfico?

### Grupo 2

**Tarefa:** Realizando alterações no valor da **Probabilidade de Contaminação** e mantendo os demais parâmetros constantes, o que o grupo observa acerca do comportamento das variáveis I, R e O ao longo do tempo na simulação do modelo SIR expressa na tabela e no gráfico?

### Grupo 3

**Tarefa:** Realizando alterações no valor da Taxa de Recuperação e mantendo os demais parâmetros constantes, o que o grupo observa acerca do comportamento das variáveis I, R e O ao longo do tempo na simulação do modelo SIR expressa na tabela e no gráfico?



## Registros escritos do grupo

Grupo      Respostas aos resultados da simulação

Análises \_\_\_\_\_

---

---

---

Grupo 1

---

---

---

Análises \_\_\_\_\_

---

---

---

Grupo 2

---

---

---

Análises \_\_\_\_\_

---

---

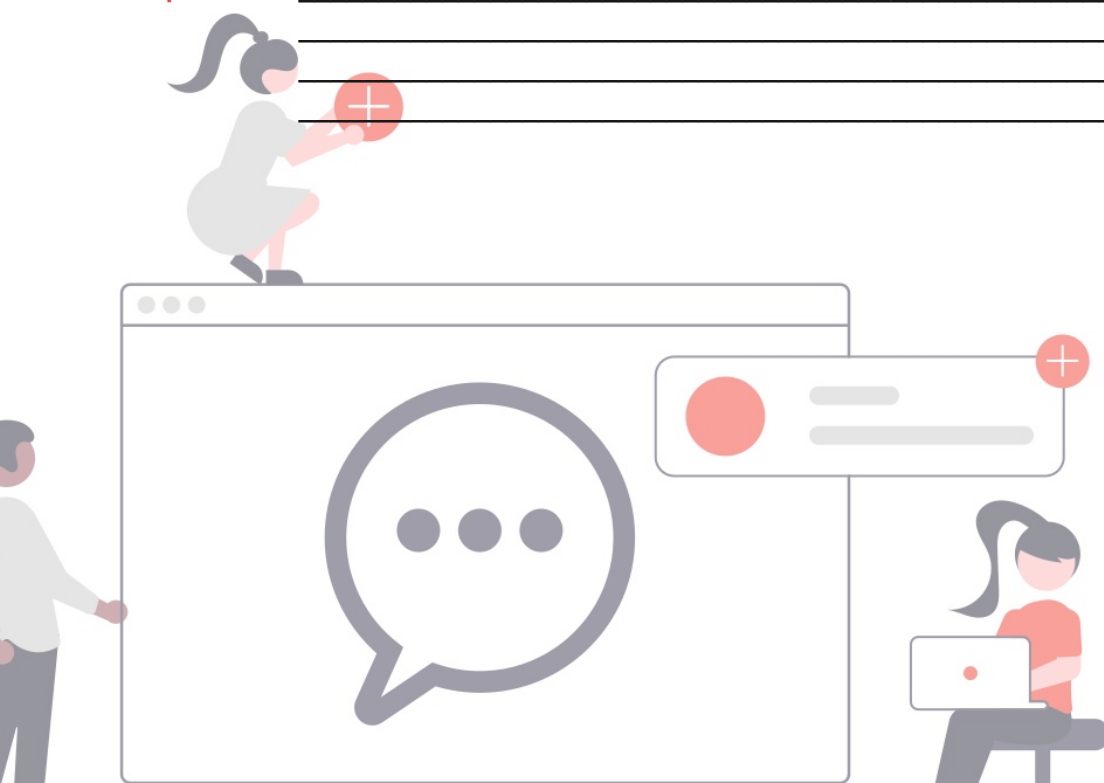
---

Grupo 3

---

---

---



## REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2018.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Fotogravura Nacional, 1951.

G1. **Brasil segue com média móvel de mortes por Covid acima de 500; total de óbitos passa de 174,5 mil**. [on-line]. 2020. Disponível em: <https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/12/02/casos-e-mortes-por-coronavirus-no-brasil-em-2-de-dezembro-segundo-consorcio-de-veiculos-de-imprensa.ghtml>. Acesso em: 08 de fev. 2021

JAVARONI, Sueli Liberatti; SOARES, Débora da Silva. **Modelagem Matemática e Análise de Modelos Matemáticos na Educação Matemática**. *Acta Scientiae*, v.14, n.2, p. 260-275, 2012.

KERMACK, William Ogilvy., McKENDRICK, Anderson Gray. 1991. **Contributions to the mathematical theory of epidemics-II. The problem of endemicity**. *Bulletin of Mathematical Biology* 53 (1-2), 57-87. DOI :10.1007/BF02464424.

SOARES, Débora da Silva. **Uma abordagem pedagógica baseada na análise de modelos para alunos de biologia: qual o papel do software?**. 2012. 341 p. Tese - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2012. Disponível em: < <http://hdl.handle.net/11449/102100> >.

VEJA, Revista. **Números Mirabolantes**. Youtube. 2012. Disponível em : < <https://www.youtube.com/watch?v=NTPi5ajhuM> > Acesso em: 01 jan. 2021.